

Le prince, la princesse ou le tigre ?

Extrait du livre de Raymond SMULLYAN

Julie CAILLER

13 septembre 2023

Doctorante dans l'équipe MaREL
LIRMM, Université de Montpellier, CNRS



Contexte

Vous êtes fait prisonnier dans le cachot du royaume. Afin de divertir son peuple, le roi a choisi de vous laisser une chance de vous échapper. Pour ce faire, rendez-vous dans l'arène, où vous aurez à choisir une cellule. L'une d'entre elle cache un prince ou une princesse et l'autre un tigre. Si vous choisissez le tigre, vous êtes dévoré, sinon, vous êtes libre, et vous pouvez même épouser le prince ou la princesse!

De plus, le roi, pas si cruel, décide de vous donner une chance en affichant sur la porte de chaque cellule une phrase qui doit lui permettre de trouver la bonne porte grâce à un raisonnement logique.

À vous de jouer!

Notation

Les cellules

c_1, c_2, \dots, c_n : c_1 représente la cellule 1, c_2 la cellule 2, etc.

Le tigre

$T(x)$: il y a un tigre dans la cellule x .

Le prince ou la princesse

$P(x)$: il y a un prince ou une princesse dans la cellule x .

La cellule vide

$V(x)$: la cellule x est vide

$T(c_1)$: il y a un tigre dans la cellule 1

$P(c_2)$: il y a un prince ou une princesse dans la cellule 2

Le premier jour

Le premier jour

Pour ce premier jour, les cellules sont forcément remplies! C'est à dire qu'il peut y avoir 2 princes ou princesses, 2 tigres, ou un prince (ou une princesse) et un tigre.

Énigme 1

I

Il y a un prince dans cette
cellule et un tigre dans
l'autre

II

Il y a un prince dans une
cellule et un tigre dans
l'autre

Le roi donne un indice supplémentaire : l'une des affiche ment, et l'autre dit la vérité.

Énigme 1

 \mathcal{I}

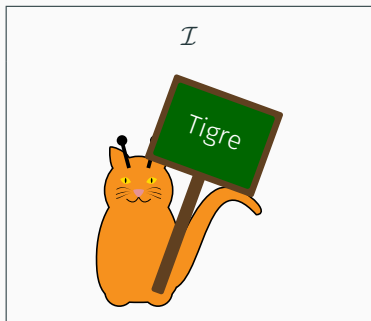
$$P(c_1) \wedge T(c_2)$$

 \mathcal{II}

$$(P(c_1) \wedge T(c_2)) \vee (P(c_2) \wedge T(c_1))$$

Le roi donne un indice supplémentaire : l'une des affiche ment, et l'autre dit la vérité.

Solution énigme 1



Énigme 2

I

Au moins une de ces
cellules contient une
princesse

II

Le tigre est dans l'autre
cellule

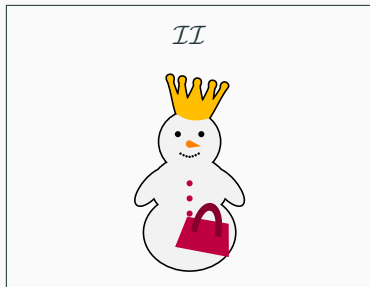
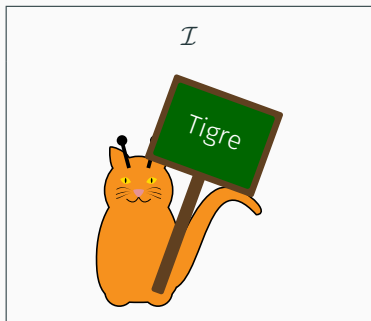
Le roi donne un indice supplémentaire : soit les deux affiches mentent, soit elles disent toutes les deux la vérité.

Énigme 2

$$\mathcal{I}$$
$$P(c_1) \vee P(c_2)$$
$$\mathcal{II}$$
$$T(c_1)$$

Le roi donne un indice supplémentaire : soit les deux affiches mentent, soit elles disent toutes les deux la vérité.

Solution énigme 2



Énigme 3

I

Il y a au moins un tigre
dans cette cellule ou un
prince dans l'autre

II

Il y a un prince dans l'autre
cellule

Le roi donne un indice supplémentaire : soit les deux affiches mentent, soit elles disent toutes les deux la vérité.

Énigme 3

$$\mathcal{I}$$

$$T(c_1) \vee P(c_2)$$

$$\mathcal{II}$$

$$P(c_1)$$

Le roi donne un indice supplémentaire : soit les deux affiches mentent, soit elles disent toutes les deux la vérité.

Solution énigme 3



Le deuxième jour

Le deuxième jour

Vous avez survécu à toutes les épreuves d'hier! Mais aujourd'hui, cela ne va pas se passer comme ça. Le roi a décidé d'une nouvelle règle : s'il y a un tigre dans la cellule \mathcal{I} , alors l'affiche ment, sinon elle dit la vérité. Dans la cellule \mathcal{II} , c'est le contraire, c'est à dire que si un tigre est à l'intérieur, l'affiche dit la vérité, sinon elle ment. Les cellules contiennent toujours au moins un prince, une princesse ou un tigre.

Énigme 4

I

Les deux cellules
contiennent des princesses

II

Les deux cellules
contiennent des princesses

Énigme 4

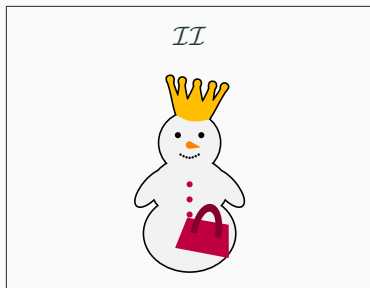
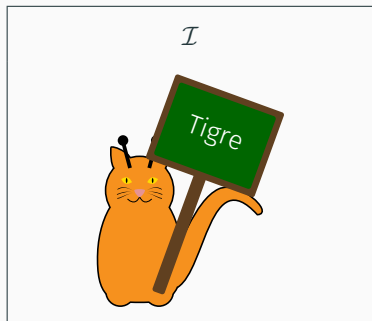
 \mathcal{I}

$$P(c_1) \wedge P(c_2)$$

 \mathcal{II}

$$P(c_1) \wedge P(C_2)$$

Solution énigme 4



Énigme 5

I

Au moins une des deux
cellules contient un prince

II

L'autre cellule contient un
prince

Énigme 5

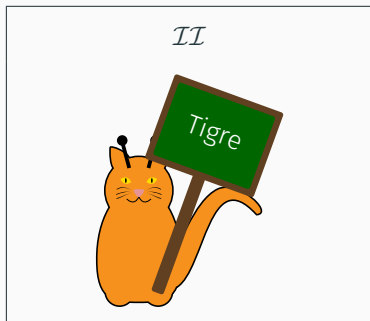
$$\mathcal{I}$$

$$P(c_1) \vee P(c_2)$$

$$\mathcal{II}$$

$$P(c_1)$$

Solution énigme 5



Énigme 6

I

Peut importe la cellule que
vous choisirez, le résultat
sera le même

II

L'autre cellule contient une
princesse

Énigme 6

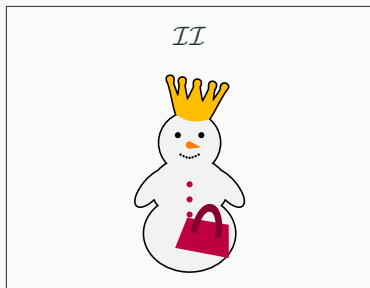
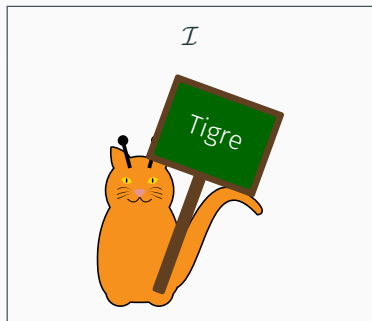
$$\mathcal{I}$$

$$(P(c_1) \wedge P(c_2)) \vee (T(c_1) \wedge T(c_2))$$

$$\mathcal{II}$$

$$P(c_1)$$

Solution énigme 6



Énigme 7

I

Le résultat ne sera pas le même selon la cellule que vous choisissiez

II

Vous feriez mieux de choisir l'autre cellule

Énigme 7

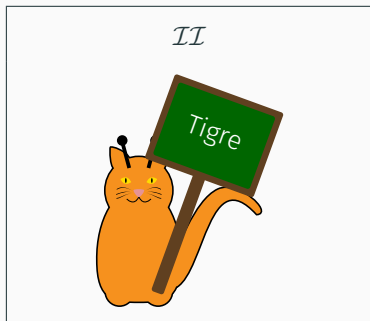
$$\mathcal{I}$$

$$(P(c_1) \wedge T(c_2)) \vee (T(c_1) \wedge P(c_2))$$

$$\mathcal{II}$$

$$P(c_1)$$

Solution énigme 7



Énigme 8

Cette cellule contient un
tigre

Les deux cellules
contiennent des tigres

Le roi a fait fort cette fois : les affiches ne sont pas accrochées au portes ! Il faut donc deviner où chaque affiche doit aller..

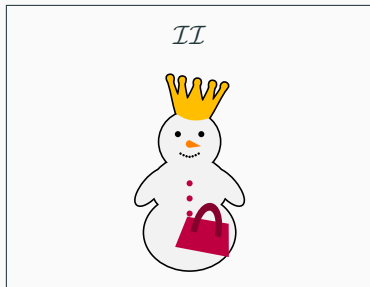
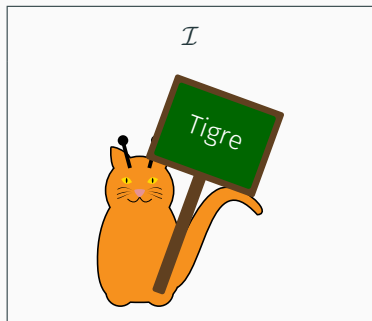
Énigme 8

$$T(c_1) \wedge T(c_2)$$

$$T(c_1) \vee T(c_2)$$

Le roi a fait fort cette fois : les affiches ne sont pas accrochées aux portes ! Il faut donc deviner où chaque affiche doit aller..

Solution énigme 8



Le troisième jour

Le troisième jour

Félicitations, même les énigmes du deuxième jour n'ont pas sû venir à bout de vous! Vous voilà à l'aube du troisième jour, prêt à affronter le roi et ses énigmes tordues. Vous entrez dans l'arène, et là, face à vous, trois cellules vous attendent. Le roi vous explique qu'il y a à présent un prince ou une princesse dans une cellule et des tigres dans les deux autres.

Énigme 9

I

Un tigre est dans
cette cellule

II

Un prince est
dans cette cellule

III

Un tigre est dans
la cellule *II*

Le roi vous explique qu'au plus une des trois affiche dit la vérité.

Énigme 9

 \mathcal{I} $T(c_1)$ \mathcal{II} $P(c_2)$ \mathcal{III} $T(C_2)$

Le roi vous explique qu'au plus une des trois affiche dit la vérité.

Solution énigme 9



Énigme 10

I

Un tigre est dans
la cellule *II*

II

Un tigrés est
dans cette cellule

III

Un tigre est dans
la cellule *I*

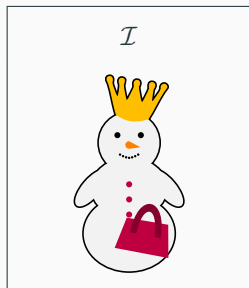
Le roi vous explique que l'affiche sur la porte qui contient la princesse dit la vérité, et qu'au moins un des deux autres mentent.

Énigme 10

 I $T(c_2)$ II $T(c_2)$ III $T(c_1)$

Le roi vous explique que l'affiche sur la porte qui contient la princesse dit la vérité, et qu'au moins un des deux autres mentent.

Solution énigme 10



Énigme 11

I

La cellule *III*
est vide

II

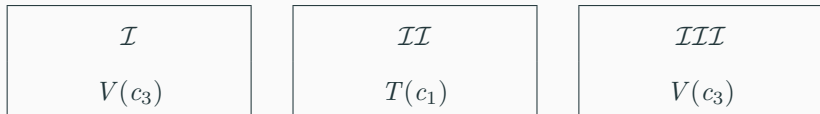
Le tigre est dans
la cellule *I*

III

Cette cellule est
vide

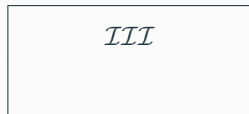
Le roi vous explique qu'à présent, l'une des cellules contient un prince, une autre un tigre et que la dernière est vide. L'affiche sur la cellule du prince dit la vérité, celle sur la cellule du tigre ment, et celle sur la cellule vide peut soit dire la vérité, soit mentir.

Énigme 11



Le roi vous explique qu'à présent, l'une des cellules contient un prince, une autre un tigre et que la dernière est vide. L'affiche sur la cellule du prince dit la vérité, celle sur la cellule du tigre ment, et celle sur la cellule vide peut soit dire la vérité, soit mentir.

Solution énigme 11



Le quatrième jour

Le quatrième jour

Vous y êtes presque! Vous avez survécu au troisième jour, et le roi, las de ces épreuves, vous laissera partir si vous réussissez l'unique épreuve du dernier jour. Mais attention, elle est un peu plus dure que les autres...

Le roi vous explique qu'à présent, l'une des cellules contient une princesse, et toutes les autres contiennent soit un tigre soit sont vides. Les mêmes règles que la veille s'appliquent : l'affiche sur la cellule de la princesse dit la vérité, les affiches sur les cellules des tigres mentent, et cela peut être l'un ou l'autre pour les cellules vides.

Énigme 12

I

La princesse est
dans une cellule
impaire

II

Cette cellule est
vide

III

L'affiche *V* dit la
vérité ou l'affiche
VII ment

IV

L'affiche *I* ment

V

Au moins une des
deux affiches *II*
et *IV* dit la vérité

VI

L'affiche *III*
ment

VII

La princesse n'est
pas dans la
cellule *I*

VIII

Cette cellule
contient un tigre
et la cellule *IX*
est vide

IX

Cette cellule
contient un tigre
et l'affiche *VI* est
fausse

Énigme 12

$$\begin{array}{c}
 \mathcal{I} \\
 P(c_1) \vee P(c_3) \vee \\
 P(c_5) \vee P(c_7) \vee \\
 P(c_9)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \mathcal{II} \\
 V(c_2)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \mathcal{III} \\
 \mathcal{V} \vee \neg \mathcal{VII}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \mathcal{IV} \\
 \neg \mathcal{I}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \mathcal{V} \\
 \mathcal{II} \vee \mathcal{IV}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \mathcal{VI} \\
 \neg \mathcal{III}
 \end{array}$$

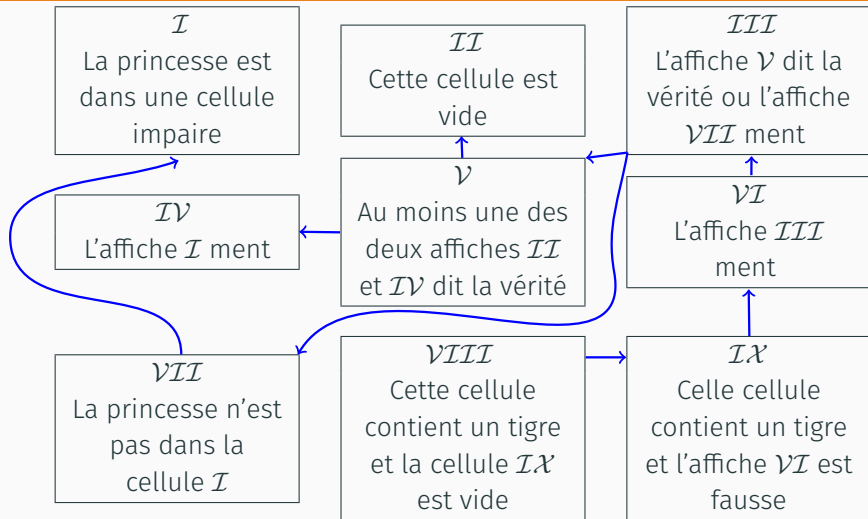
$$\begin{array}{c}
 \mathcal{VII} \\
 \neg P(c_1)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \mathcal{VIII} \\
 T(c_8) \wedge V(c_9)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \mathcal{IX} \\
 T(c_9) \wedge \neg \mathcal{VI}
 \end{array}$$

Le roi vous donne un indice : la cellule 8 n'est pas vide...

Énigme 12



Solution énigme 12

